

TD DE REMÉDIATION EN MATHÉMATIQUES

Systèmes d'équations

I Traitements

1. Si $x - y = 2$, alors que vaut le produit xy en fonction de x ? Et en fonction de y ?
2. Parmi les systèmes d'équations à deux inconnues (x et y) suivant, lesquels sont-ils équivalents entre eux?

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x + 4y = 1 \\ 2x + 5y = 3 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x - 3y = 2 \\ 4x - 6y = 7 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} 10y = 6 - 4x \\ 6x + 8y = 2 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} 8x = 12y + 14 \\ -6 = 9y - 3x \end{array} \right. .$$

3. Résoudre les systèmes suivant, à deux équations et deux inconnues (u et t)¹,

$$\left\{ \begin{array}{l} a u + 3t = 0 \\ 2u + b t = 1 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} t = 5u + 2 \\ 4u - t = 0 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} t = u + 2 \\ 2u - t = 1 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} 5u + 2t = 3 \\ 4u + 6t = 7 \end{array} \right. .$$

Pour le deuxième et troisième système, procéder par la méthode de substitution, puis retrouver les solutions pour u et t exclusivement par la méthode de multiplication et d'addition d'équations. Pour le dernier système, vérifier que le couple de solutions est correct.

4. Résoudre le système suivant, à deux équations et deux inconnues,

$$\left\{ \begin{array}{l} 5 \times 10^{-2} v + 2 \times 10^{-2} w = -8 \times 10^{-2} \\ v + 0.3 w = -1.1 \end{array} \right. .$$

5. Résoudre maintenant ces deux systèmes à trois équations et trois inconnues (x , y et z) :

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 2y + z = 0 \\ x + 2z = 1 \\ 2x + y = 2 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} x + 2y + z = 3 \\ x + y + 4z = 0 \\ 2x + y + z = 1 \end{array} \right. .$$

On pourra d'abord se ramener à un système à deux équations et deux inconnues.

6. Discuter l'existence de solutions pour les deux systèmes à deux inconnues suivant (ne différant que par un terme constant),

$$\left\{ \begin{array}{l} 4A + 2B = 1 \\ 2A + B = 0 \end{array} \right. ; \quad \left\{ \begin{array}{l} 4A + 2B = 1 \\ 2A + B - \frac{1}{2} = 0 \end{array} \right. .$$

1. a et b sont des constantes.

7. Discuter l'existence de solutions non nulles pour ce système à deux inconnues, x , y (a , b , c et d étant des constantes) :

$$\begin{cases} a x + b y = 0 \\ c x + d y = 0 \end{cases} .$$

8. Résoudre ce système à deux inconnues, x , y , selon les valeurs de la constante J , en prenant soin de bien considérer tous les cas pertinents,

$$\begin{cases} (J + 1) x + (J - 1) y = 1 \\ (J - 1) x + (J + 1) y = 1 \end{cases} .$$

9. Résoudre *graphiquement* ce système à deux inconnues (p et q) :

$$\begin{cases} 2p - q = 0 \\ q - p = 1 \end{cases} .$$

II Modélisation

Dans cette partie les questions invitent à poser soi-même le système d'équations à résoudre.

1. Alice est 4 fois plus âgée que Bob et elle a aussi 27 ans de plus que lui. Quels âges ont-ils ?
2. Kevin a aujourd'hui 20 ans de plus que Doria. Ils se sont connus il y a 5 ans. Il y a 3 ans, il avait 3 fois l'âge de Doria. Quels âges ont-ils ?
3. Henri a vécu au Portugal et au Brésil pendant 14 mois en tout pour apprendre le portugais. Il a appris 130 nouveaux mots en moyenne par mois quand il vivait au Portugal et 150 nouveaux mots par mois quand il séjournait au Brésil. Au total, il a appris 1920 nouveaux mots. Combien de temps Henri a-t-il passé au Portugal et au Brésil respectivement ?
4. Dans une salle de spectacle, il y a des places à 15, 20 et 25 €. Le nombre de places à 20€ est le double du nombre de place à 25€. Le nombre de places à 15€ est la moitié du nombre total de places. Lorsque la salle est pleine, la recette est de 9 460€. Déterminer le nombre de places de cette salle de spectacle.