
Logique & raisonnement

I Jeux et énigmes

1. Quels mots complètent la série : service – lob – smash – volée – ?
 - (a) Coup droit,
 - (b) couloir,
 - (c) amorti,
 - (d) filet,
 - (e) raquette.
2. Quelle lettre vient compléter cette série : C – G – K – I – M – Q – O – ?
3. Un gourmand a choisi 4 parfums de glace (voir la Figure 1). Visuellement, les 4 boules de glace aux couleurs différentes se superposent sans se mélanger. Pour le glacier, quel est alors le nombre d'agencements verticaux possibles de ces 4 boules sur le cornet ?



FIGURE 1 – 4 boules de glace superposées.

4. Un avion décolle de Paris à 6h40 et arrive à Saint Denis de la Réunion à 18h10 heure locale. Sachant qu'à cette période de l'année le décalage horaire est de 2h (en plus à la Réunion par rapport à la métropole), combien de temps a duré le trajet ?

II Règle de trois et unités

1. Sur une carte géographique (de l'IGN) dont l'échelle est de $\frac{1}{120000}$, à quelle distance réelle correspondent 8 cm ?
2. 8243 minutes correspondent à combien de jours, heures et minutes ?
3. En mer, 27 nœuds correspondent à 50,004 km/h. À combien de mètres par seconde correspond 1 nœud ?

4. Soit un capital de 15000 € placé à intérêts simples au taux annuel de 10% pendant 90 jours. Quel sera alors le nouveau capital ?
5. Si 220 poules pondent 2200 œufs en 22 jours. Combien 550 poules pondront-elles d'œufs en 11 jours ?

III Affirmations et contre-sens

1. Trouver des conditions suffisantes (mais pas forcément nécessaires) à chacune des propositions suivantes :
 - (a) Avoir son bac.
 - (b) Le point A appartient au segment $[BC]$.
 - (c) Le quadrilatère ABCD est un rectangle.
2. Soit la proposition P : “le quadrilatère ABCD est un rectangle”, et les propositions suivantes,
 - (a) Q_1 : “les diagonales de ABCD ont la même longueur”
 - (b) Q_2 : “ABCD est un carré”
 - (c) Q_3 : “ABCD est un parallélogramme ayant un angle droit”
 - (d) Q_4 : “les diagonales de ABCD sont médiatrices l'une de l'autre”
 - (e) Q_5 : “les diagonales de ABCD ont le même milieu”Préciser si chacune des propositions Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 ou Q_5 est pour P une condition nécessaire non suffisante, une condition suffisante non nécessaire, une condition nécessaire et suffisante, ou ni l'un ni l'autre.
3. Sur une étagère, tous les livres parus avant l'année 2000 doivent être avec une couverture rigide et tous les livres de poche sont avec une couverture souple. Quel livre ne peut être sur cette étagère ?
 - (a) Un livre de poche paru en 2016.
 - (b) Un roman à couverture rigide édité en 1999.
 - (c) Un livre de poche datant de 1998.
 - (d) Un roman à couverture souple de 2001.
4. La planète Babbock est peuplée exclusivement de Babbinois et de Babbilus qui peuvent avoir les cheveux frisés ou lisses. Mais les non-Babbinois non-frisés ont quitté la planète Babbock.
A) Parmi les propositions suivantes, quelles sont celles qui sont correctes ?
 - (a) Tous les Babbinois ont les cheveux frisés.
 - (b) Tous ceux qui ont des cheveux frisés sont des Babbinois.
 - (c) Tous les non-frisés sont des Babbinois.
 - (d) Quelques non-Babbinois sont frisés.**B)** Parmi les propositions suivantes, lesquelles sont inexactes ?
 - (a) Quelques Babbinois ont les cheveux frisés.
 - (b) Quelques frisés sont des Babbinois.

- (c) Tous les non-Babbinois ont les cheveux frisés.
(d) Quelques non-frisés sont des Babbinois.
5. Si on suppose que :
- Tous les chats ont des puces.
 - Les puces sont rouges.
- Parmi les propositions suivantes, lesquelles découlent logiquement de ces deux affirmations ci-dessus ? (commenter les autres propositions)
- (a) Toutes les puces sont sur les chats.
(b) Tous les chats ont des puces rouges.
(c) Les chats peuvent parfois avoir des puces noires.
(d) Les chiens n'ont jamais de puces rouges.

IV Quantificateurs et connecteurs

1. Donner deux formulations contraires à cette assertion : “Tout triangle possède un angle droit.”. Remarquer que les notions de “pour tout” (notée \forall en mathématique) et “il existe” (notée \exists en mathématique) sont dénommées : **quantificateurs**.
2. Parmi les déclarations suivantes, lesquelles sont-elles le contraire de celle-ci : “Il existe au moins deux restaurants ouverts à cette heure dans la ville.” ?
 - (a) “Il existe au moins deux restaurants fermés à cette heure dans la ville.”
 - (b) “Il existe au plus un restaurant ouvert à cette heure dans la ville.”
 - (c) “Tous les restaurants ne sont pas ouverts à cette heure dans la ville.”
3. Nier la propriété mathématique : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \neq 0$.
4. Exprimer à l'aide de quantificateurs les assertions suivantes (f étant une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R}) :
 - (a) f est constante.
 - (b) f n'est pas constante.
 - (c) f s'annule.
 - (d) f est périodique.
5. Trouver des exemples de propositions intitulées P, Q et R qui soient telles que,
 - (a) $P \Rightarrow Q$ est vrai, et, $Q \Rightarrow P$ est vrai (commenter ce cas d'implication réciproque).
 - (b) $P \Rightarrow Q$ est faux, mais, $Q \Rightarrow P$ est vrai.
 - (c) $(P \Rightarrow Q) \wedge (Q \Rightarrow R)$ où le symbole ‘ \wedge ’ signifie ‘et’ (en déduire ici la relation entre P et R).

Les symboles ‘ \Rightarrow ’ représentent des implications entre propositions et sont appelés : **connecteurs** logiques.
6. Soient les deux assertions suivantes,
 - (a) A : “La pluie est tombée.”

(b) B : “Le sol est mouillé.”

Est-ce que $A \Rightarrow B$ est vrai ? Est-ce que $\neg B \Rightarrow \neg A$ est vrai ? ($\neg B$ signifie le contraire de B) En déduire un résultat plus général.

7. “S’il pleut, Abel prend un parapluie. Béatrice ne prend jamais de parapluie s’il ne pleut pas et en prend toujours un quand il pleut.” Que peut-on déduire de ces affirmations dans les différentes situations ci-dessous ? Justifier soigneusement les réponses en introduisant 3 propositions logiques que l’on notera : p, q et r.

(a) Abel se promène avec un parapluie.

(b) Abel se promène sans parapluie.

(c) Béatrice se promène avec un parapluie.

(d) Béatrice se promène sans parapluie.

(e) Il ne pleut pas.

(f) Il pleut.
