

Intégrale de Chemin: Formalisme & Applications

Grégory MOREAU

– IJCLab / Pôle de Physique Théorique –

moreau@ijclab.in2p3.fr

http://pperso.th.u-psud.fr/page_perso/Moreau

Introduction

Contexte de physique théorique:



Bases élémentaires (vues en // au **L3-S1**) de la...

- { Mécanique **Quantique** (fonction d'onde, **éq. de Schrodinger**,...)
- { Mécanique **Analytique** (principe de moindre **action**,...)

Introduction

Contexte de physique théorique:



Bases élémentaires (vues en // au **L3-S1**) de la...

- ⎧ Mécanique **Quantique** (fonction d'onde, **éq. de Schrodinger**,...)
- ⎧ Mécanique **Analytique** (principe de moindre **action**,...)

Qu'est-ce que le formalisme de l'intégrale de chemin ?

Il s'agit d'une re-formulation de la Mécanique **Quantique** centrée sur la notion d'**Action**.

S

\hbar

0) Histoire de l' « Action »



Depuis le 17ème siècle...

Physique classique:

Principe de *(P. de) Fermat*

Principe de moindre quantité d'**action** (*P.L. Moreau de Maupertuis*)

Principe de moindre **action** (*L. Euler et J. de Lagrange*)

0) Histoire de l' « Action »



Depuis le 17ème siècle...

Physique classique:

Principe de *(P. de) Fermat*

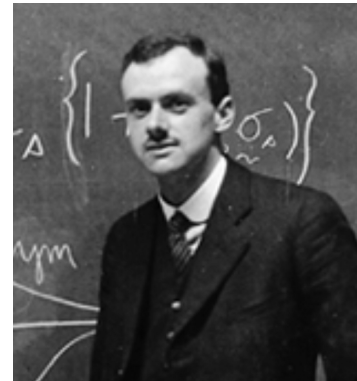
Principe de moindre quantité d'**action** (*P.L. Moreau de Maupertuis*)

Principe de moindre **action** (*L. Euler et J. de Lagrange*)

Via l'étude de la lumière

⇒ prémices quantiques

& rôle de l'**action** (*P.A.M. Dirac*)



0) Histoire de l' « Action »



Depuis le 17ème siècle...

Physique classique:

Principe de (*P. de*) *Fermat*

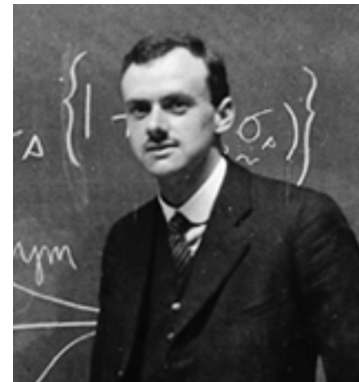
Principe de moindre quantité d'**action** (*P.L. Moreau de Maupertuis*)

Principe de moindre **action** (*L. Euler et J. de Lagrange*)

Via l'étude de la lumière

⇒ prémices quantiques

& rôle de l'**action** (*P.A.M. Dirac*)



Physique quantique:

Action permettant le calcul de probabilité d'emprunter un chemin

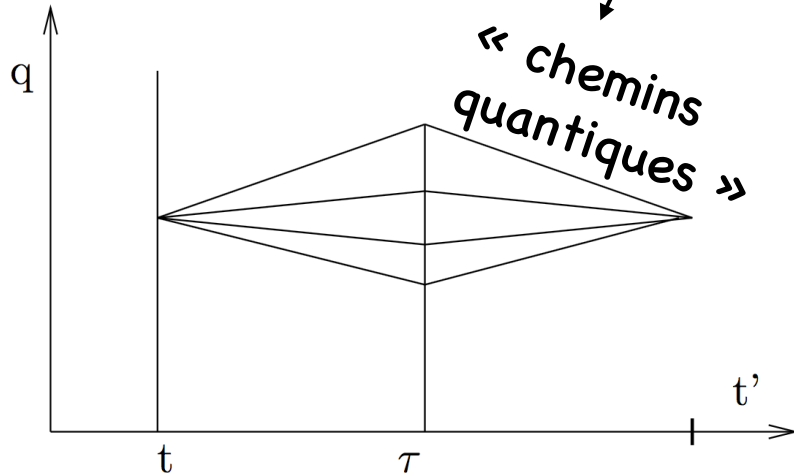
= Formalisme de l' **Intégrale de chemin**

...jusqu'au Prix Nobel de *R. Feynman* en 1965 (QED)

I) Propagateurs

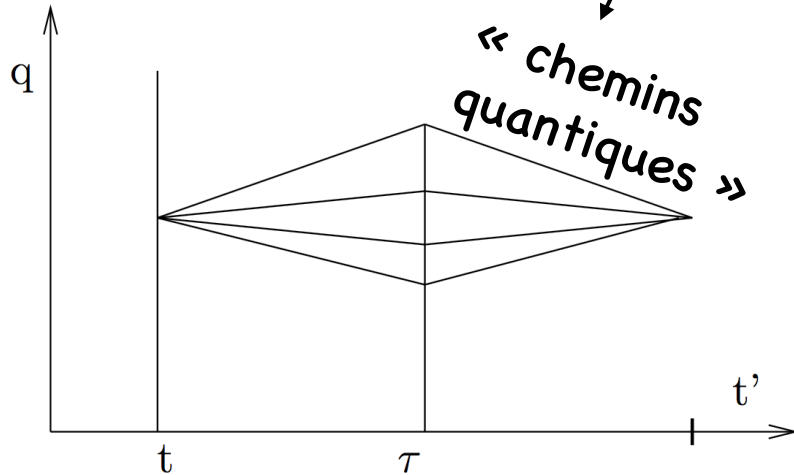
$$\mathcal{A}_{\text{proba.}}^{tt'} = \langle q' t' | q t \rangle = \int \mathcal{D}\vec{q}(\tau) \exp \frac{i}{\hbar} \int_t^{t'} \mathcal{L} d\tau$$

S : Action



I) Propagateurs

$$\mathcal{A}_{\text{proba.}}^{tt'} = \langle q' t' | q t \rangle = \int \mathcal{D}\vec{q}(\tau) \exp \frac{i}{\hbar} \int_t^{t'} \mathcal{L} d\tau$$

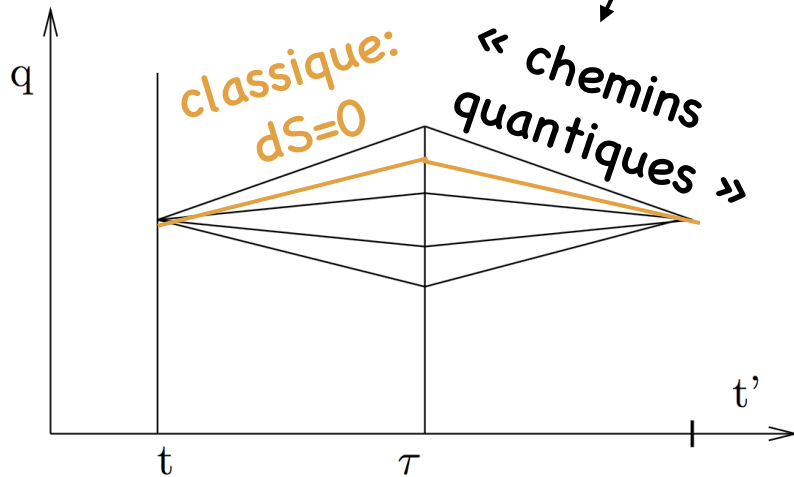


S : Action
(variables
réelles)

⇒ *Calculs d'amplitudes de probabilité de transition sans manipulation d'opérateurs quantiques*

I) Propagateurs

$$\mathcal{A}_{\text{proba.}}^{tt'} = \langle q' t' | q t \rangle = \int \mathcal{D}\vec{q}(\tau) \exp \frac{i}{\hbar} \int_t^{t'} \mathcal{L} d\tau$$

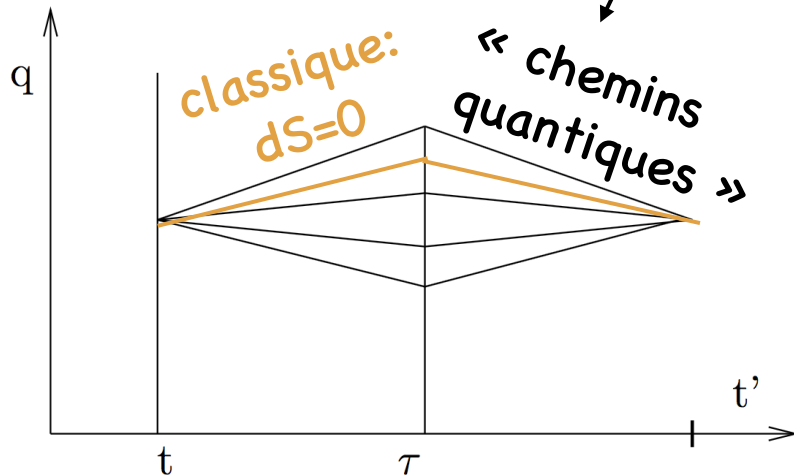


S : Action
(variables
réelles)

- ⇒ **Calculs d'amplitudes de probabilité** de transition **sans** manipulation d'opérateurs quantiques
- ⇒ Description **globale** classique / quantique au travers de la **Mécanique Analytique**

I) Propagateurs

$$\mathcal{A}_{\text{proba.}}^{tt'} = \langle q' t' | q t \rangle = \int \mathcal{D}\vec{q}(\tau) \exp \frac{i}{\hbar} \int_t^{t'} \mathcal{L} d\tau$$



S : Action
(variables réelles)

Traitements:

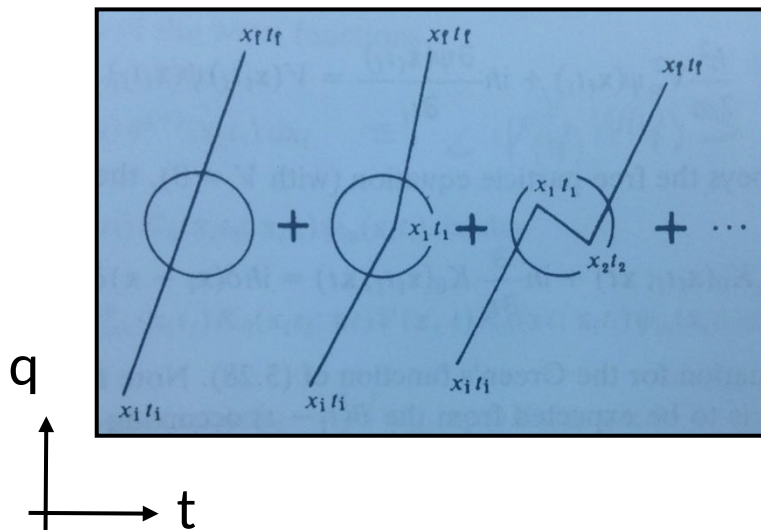
- Cas de l'action libre
- Oscillateur harmonique

⇒ **Calculs d'amplitudes de probabilité de transition sans manipulation d'opérateurs quantiques**

⇒ **Description globale classique / quantique au travers de la Mécanique Analytique**

II) Application: diffusion de particules

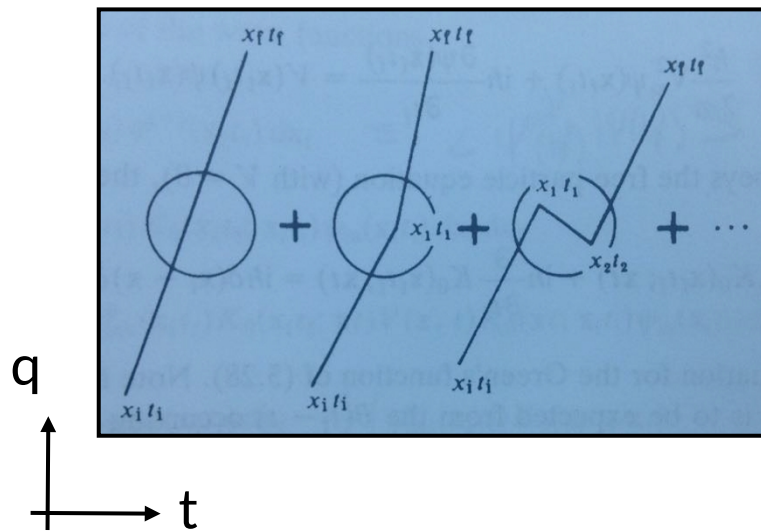
$$\langle q' t' | q t \rangle = \int \mathcal{D}q(\tau) \exp \frac{i}{\hbar} \int_t^{t'} d\tau \left[\frac{m}{2} \dot{q}^2(\tau) - V(q(\tau)) \right]$$



**Développement
exponentiel
=
Développement
perturbatif**

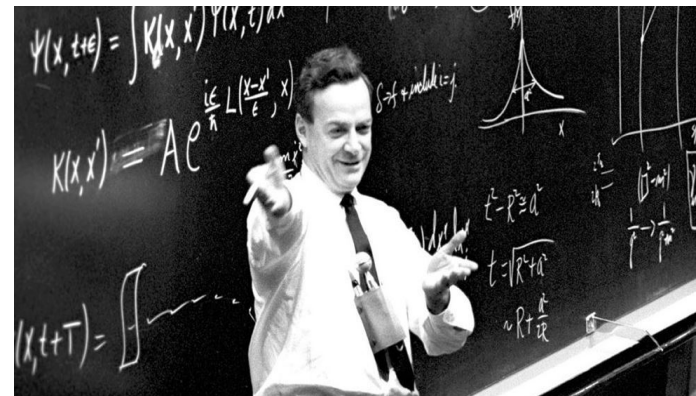
II) Application: diffusion de particules

$$\langle q' t' | q t \rangle = \int \mathcal{D}q(\tau) \exp \frac{i}{\hbar} \int_t^{t'} d\tau \left[\frac{m}{2} \dot{q}^2(\tau) - V(q(\tau)) \right]$$



**Développement
exponentiel
=
Développement
perturbatif**

⇒ **Interprétation quantique des interactions fondamentales via les graphes & règles de Feynman**



Autres motivations (pour plus tard ?) en:

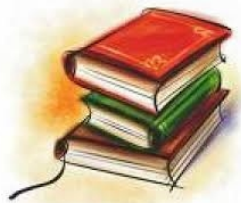
- théorie quantique des champs
- théorie statistique des champs
- théorie des cordes, etc

Autres motivations (pour plus tard ?) en:

- théorie quantique des champs
- théorie statistique des champs
- théorie des cordes, etc

Premiers ouvrages recommandés:

- **Ashok Das**, « *Field theory: a path integral approach* », World Scientific, 2012.
- **Lewis H. Ryder**, « *Quantum field theory* », Cambridge University Press, 2014.
- **Richard P. Feynman and Albert R. Hibbs**, « *Quantum mechanics and path integrals* », Emended Edition, 1965.
- **Jean Zinn-Justin**, « *Intégrale de chemin en mécanique quantique: Introduction* », EDP Sciences / CNRS, 2005.



+ Polycopiés manuscrits procurés.