Comparaison des méthodes d'intégration numérique

>

Maple permet de tester facilement la qualité des méhodes d'intégration numérique. En effet la quasi totalité des méthodes Euler, Heun, Runge-Kutta, sont disponibles dans l'option **method=classical[Nom_de_la methode]**. Par défaut (ce qui correspond à ne rien mettre après classical, la méthode est une méthode d'Euler. Par défaut, le pas d'intégration est égale à **h = min((T0-Tf)/3, 0.005), avec T0 instant intial et Tf instant final.**
Pour amplifier les défauts de chaque méthode, nous allons fixer le pas d'intégration à 0.1 (Utiliser l'argument stepsize=0.1)
Soit l'équation différentielle suivante

$$\left(\frac{d^2}{dt^2}\,\mathrm{x}(t)\right)+\mathrm{x}(t)=\frac{1}{2}$$

avec les conditions initiales x(0) = 3/2,D(x)(0)=1.
On cherche à comparer les solutions numériques avec la solution exacte
Résoudre exactement cette équation différentielle.
Résoudre par la méthode d'Euler, méthode de Heun et la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 en fixant le pas d'intégration à 0.1.
Tracer sur le meme graphe les quatre solutions. Indication: on ajoutera l'option output=listprocedure dans dsolve.

Tracer sur des graphes différents la différence entre chaque solution numérique et la solution exacte.

```
> toto:=dsolve([diff(x(t),t$2)+x(t) = 1/2, x(0) =
  3/2,D(x)(0)=1],x(t));
```

$$toto := \mathrm{x}(t)=\sin(t)+\cos(t)+\frac{1}{2}$$

```
> sol1 := dsolve([diff(x(t),t$2)+x(t) = 1/2, x(0) =
  3/2,D(x)(0)=1], stepsize=0.1,numeric, method =
  classical,output=listprocedure);
```

$$sol1 := \left[\, t=(\mathbf{proc}(t)\ \ldots\ \mathbf{end\ proc}),\ \mathrm{x}(t)=(\mathbf{proc}(t)\ \ldots\ \mathbf{end\ proc}),\ \frac{d}{dt}\,\mathrm{x}(t)=(\mathbf{proc}(t)\ \ldots\ \mathbf{end\ proc}) \,\right]$$

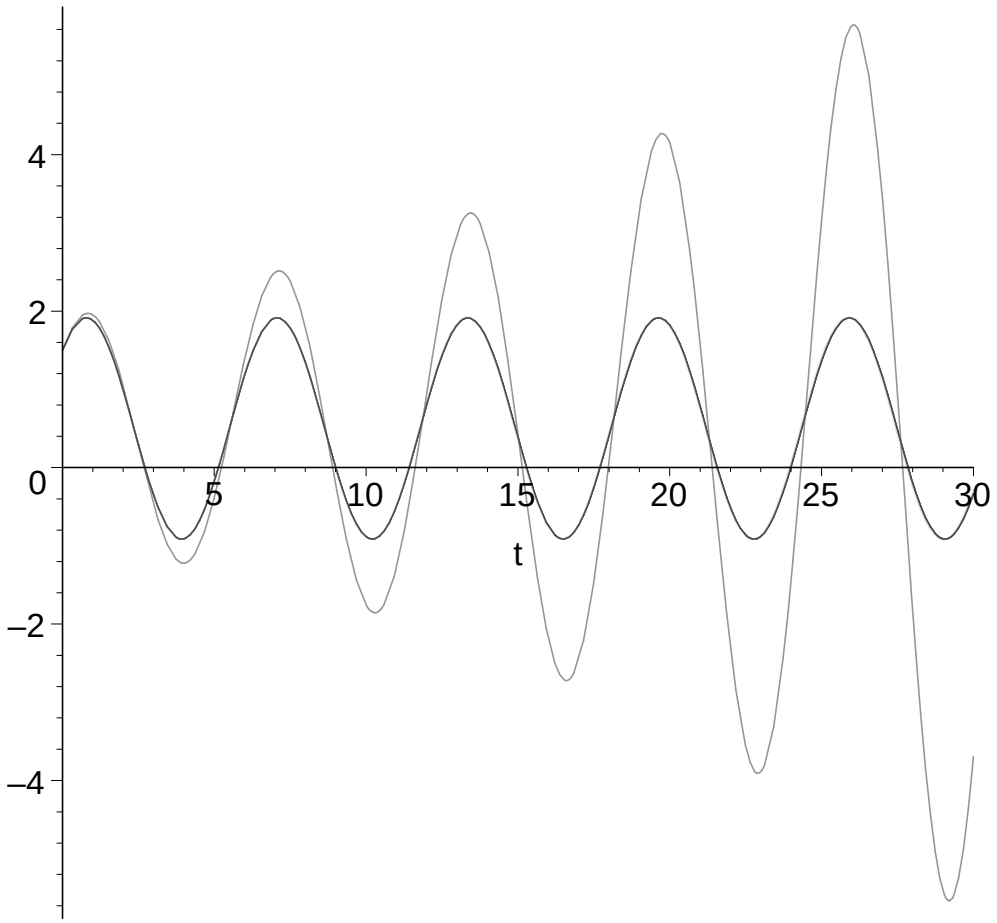
```
> sol2 := dsolve([diff(x(t),t$2)+x(t) = 1/2, x(0) =
  3/2,D(x)(0)=1], stepsize=0.1,numeric, method =
  classical[heunform],stepsize=0.1,output=listprocedure);
```

$$sol2 := \left[\, t=(\mathbf{proc}(t)\ \ldots\ \mathbf{end\ proc}),\ \mathrm{x}(t)=(\mathbf{proc}(t)\ \ldots\ \mathbf{end\ proc}),\ \frac{d}{dt}\,\mathrm{x}(t)=(\mathbf{proc}(t)\ \ldots\ \mathbf{end\ proc}) \,\right]$$

```
> sol3 := dsolve([diff(x(t),t$2)+x(t) = 1/2, x(0) =
  3/2,D(x)(0)=1], stepsize=0.1,numeric, method =
  classical[rk4],stepsize=0.1,output=listprocedure);
```

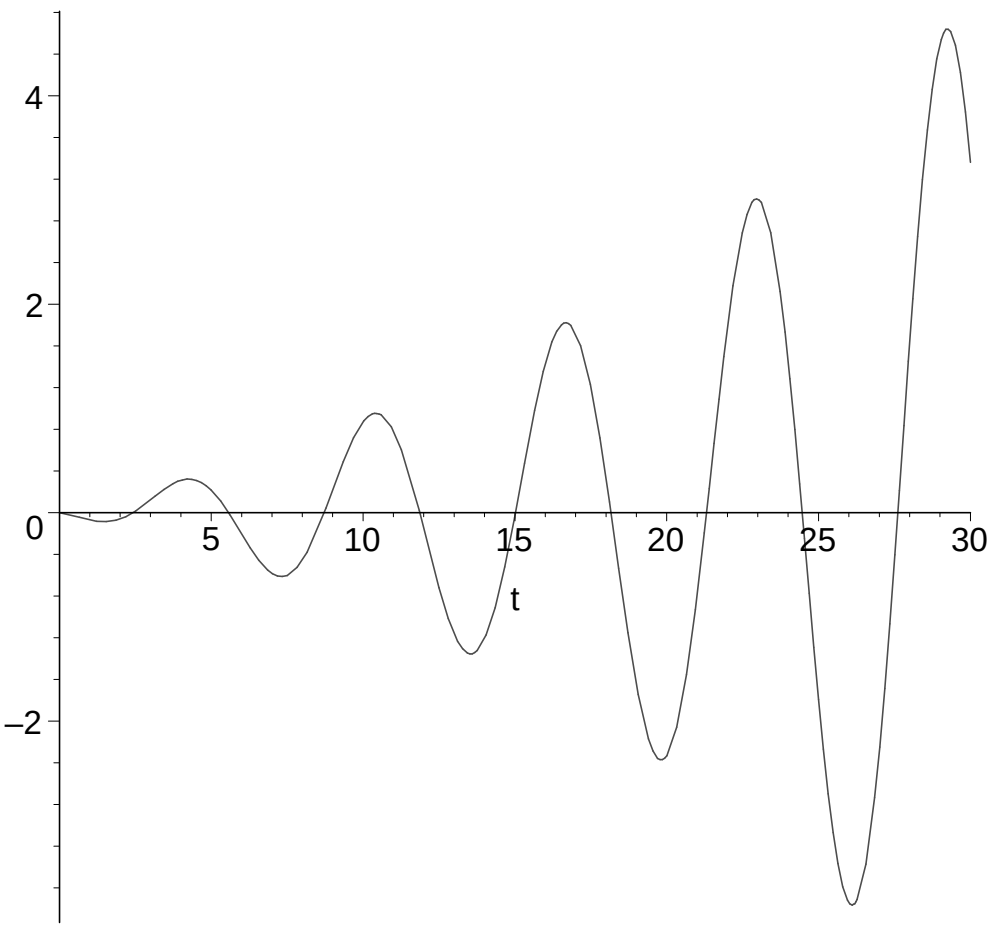
$$sol3 := \left[t = (\mathbf{proc}(t) \ \ldots \ \mathbf{end\ proc}),\ \mathrm{x}(t) = (\mathbf{proc}(t) \ \ldots \ \mathbf{end\ proc}),\ \frac{d}{dt}\mathrm{x}(t) = (\mathbf{proc}(t) \ \ldots \ \mathbf{end\ proc}) \right]$$

```
> plot([rhs(toto),rhs(sol1(t)[2]),rhs(sol2(t)[2]),rhs(sol3(t
  )[2])],t=0..30);
```

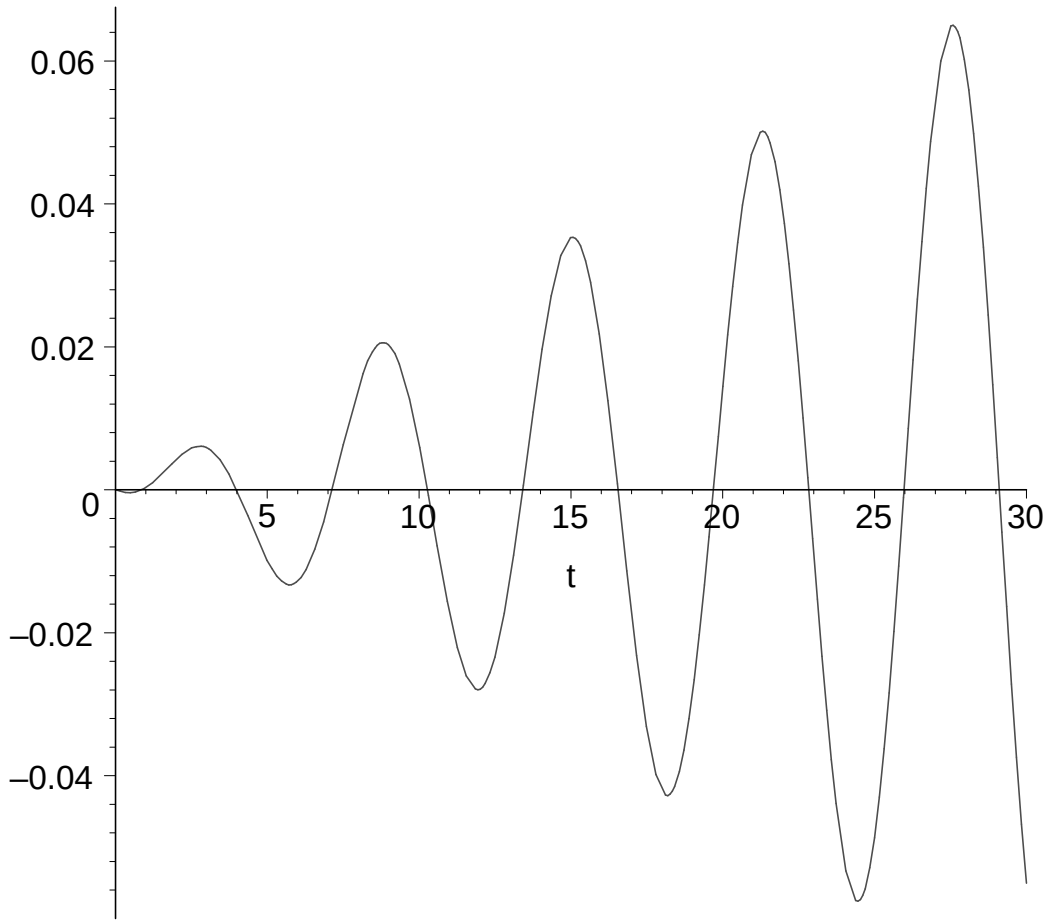



```
> 
> 
```

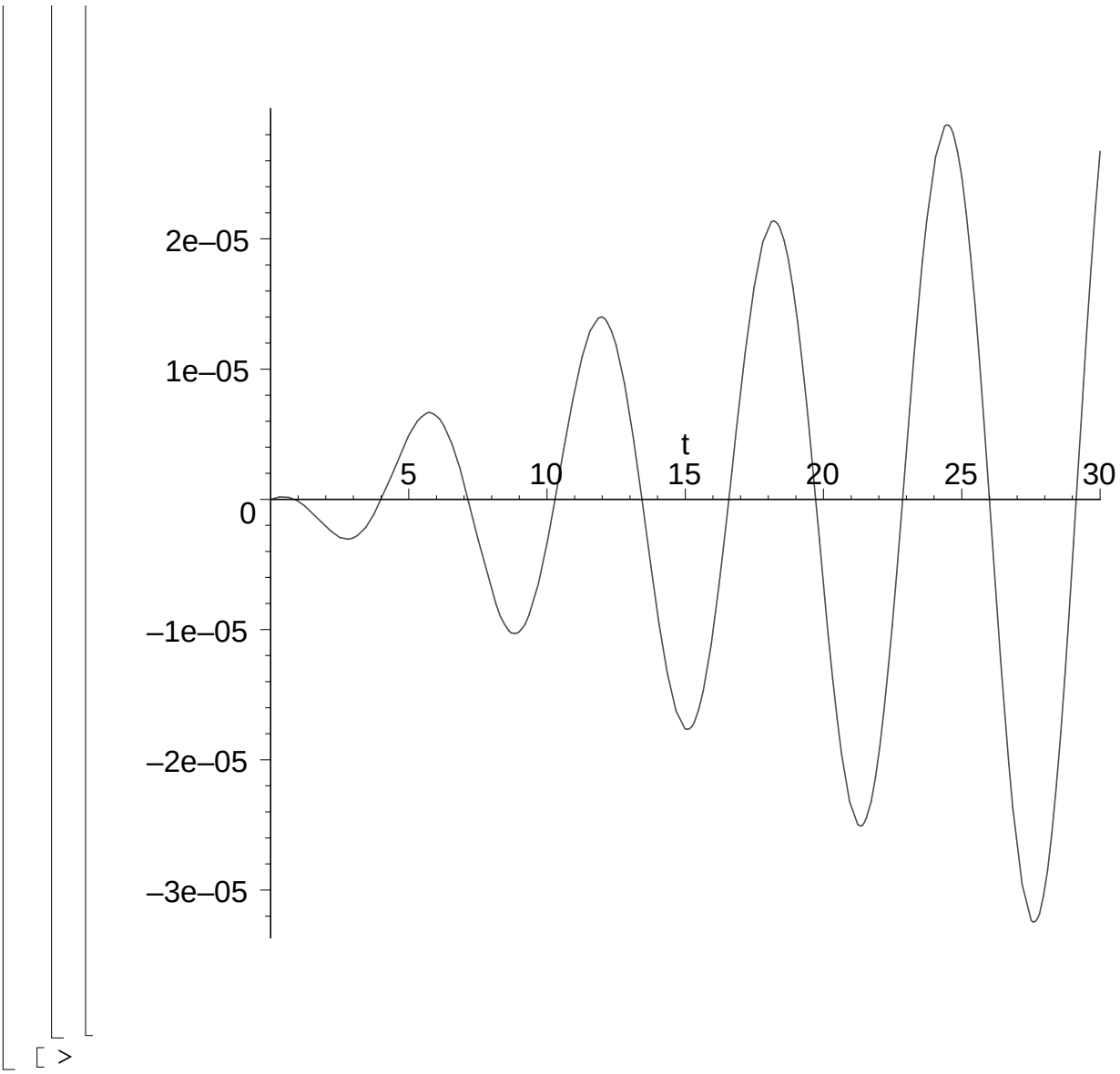
```
> plot([rhs(toto)-rhs(sol1(t)[2])],t=0..30);
```




```
> plot([rhs(toto)-rhs(sol2(t)[2])],t=0..30);
```




```
> plot([rhs(toto)-rhs(sol3(t)[2])],t=0..30);
```


2e–05
1e–05
0
–1e–05
–2e–05
–3e–05
t
5
10
15
20
25
30

[>