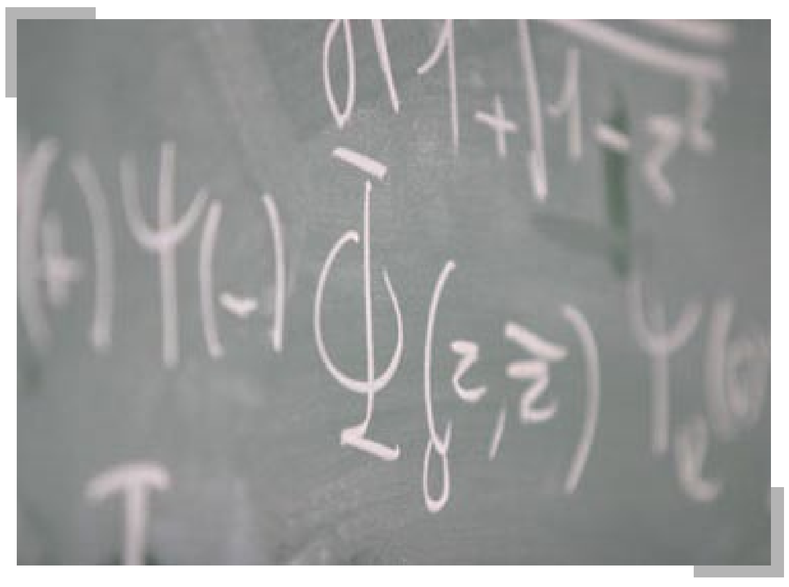
LA PHYSIQUE MATHEMATIQUE

La *physique mathématique* est un domaine qui n'est pas aisé à définir, au croisement de la physique et des mathématiques.

Cette discipline vise essentiellement à appliquer des idées mathématiques à des problèmes de physique connus en développant les concepts mathématiques appropriés.

Elle se propose également de renouveler l'éventail des théories physiques envisageables en exploitant les outils mathématiques les plus récents.



L'HISTOIRE

La physique mathématique est née avec la physique moderne, au moment où les physiciens ont compris que « le grand livre de la nature était écrit en langage mathématique », pour reprendre les mots de *Galilée*. En effet, à partir de la Renaissance, la physique et les mathématiques se marient dans les travaux de Galilée sur la chute des corps et sur l'inertie, dans les lois de Kepler sur les orbites elliptiques des planètes, dans la formulation par Newton des lois de la mécanique du point. Pour chaque phénomène physique envisagé, il faut créer un langage mathématique adéquat.

Depuis le 17ème siècle, cette activité n'a cessé de donner lieu à des découvertes en physique et à des apports aux mathématiques. On peut citer les diverses réécritures des lois de la mécanique analytique (Lagrange, Laplace, Poisson et Hamilton), les lois de l'électromagnétisme (Maxwell), la relativité restreinte (Poincaré et Einstein), puis la relativité générale (Einstein et Hilbert), les fondements de la mécanique quantique (von Neumann)...

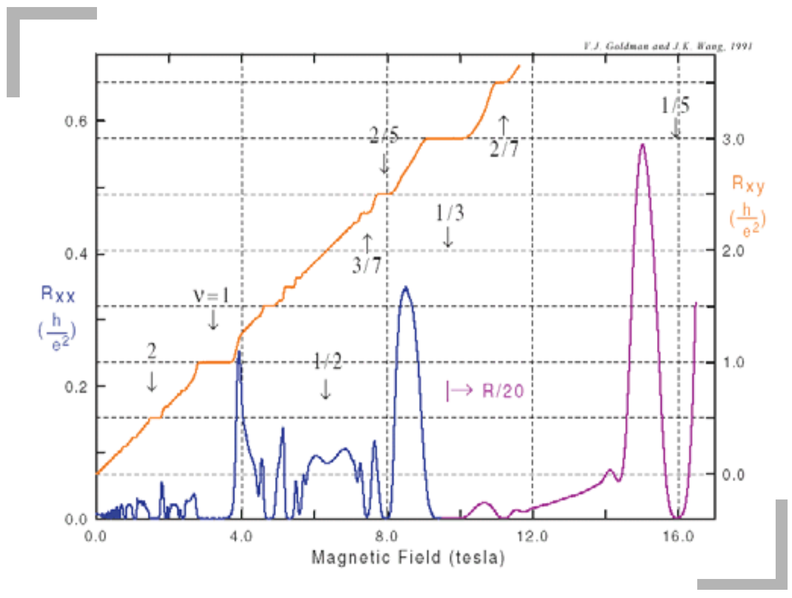
AU LPT

Au Laboratoire de Physique Théorique d'Orsay, nous avons pour ambition de développer et d'utiliser différents types de théories et de méthodes mathématiques modernes. Ces outils ont des inspirations diverses :

- Certains viennent du domaine algébrique (algèbre, algèbre homologique, combinatoire), où les structures des théories mathématiques et les relations entre leurs objets sont mises en avant.

- D'autres sont de nature analytique (analyse fonctionnelle, équations aux dérivées partielles), où les questions de limite et de convergence sont envisagées.

- Enfin certains sont issus d'études géométriques (géométrie différentielle, topologie, géométrie non commutative), où les deux thèmes précédents sont considérés simultanément.



L'effet Hall se manifeste quand un conducteur, par exemple une plaque metallique, est parcourue par un courant électrique tout en étant soumis à un champ magnétique. La résistance du conducteur se met alors à varier en fonction de ce champ. A basse température, cette fonction comporte des sauts de nature quantique encore mal compris.

Ces différents outils sont appliqués à des problèmes variés de physique contemporaine.

- Certains problèmes concernent la physique statistique et la physique des particules : théorie des champs, théorie constructive, équations d'évolution semi-linéaires, gravitation et gravitation quantique, théories de jauge...

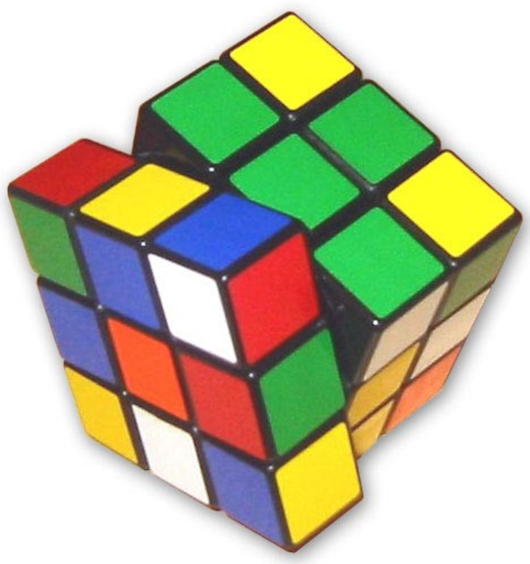
- D'autres interviennent en mécanique quantique : *effet Hall quantique*, matière condensée, équation de Schrödinger, théorie de la diffusion, théorie spectrale...

Au delà de ces applications physiques, les chercheurs du LPT visent également à développer de nouveaux concepts mathématiques et à explorer leurs propriétés.

ZOOM SUR...

La *géométrie non commutative*, en partie fondée au LPT, tire son origine de la mécanique quantique. Cette dernière décrit le comportement, parfois surprenant, de certains objets physiques comme les atomes ou leurs constituants.

Pour les objets qui nous environnent et qui sont régis par les équations de la mécanique classique, il suffit d'avoir les appareils adéquats pour pouvoir mesurer leurs différentes caractéristiques… et peu importe l'ordre dans lequel on détermine ces différentes grandeurs. Ce n'est plus le cas dans l'étrange monde quantique : si on mesure d'abord la position d'un atome, puis sa vitesse, ou si on procède en sens inverse, on obtiendra des résultats différents.



Un Rubik's cube illustre l'idée que certaines opérations ne commutent pas. En effet, si on tourne d'un quart de tour une face du cube, puis une deuxième, ou si on effectue les deux opérations dans l'autre sens, on obtient des cubes avec des motifs colorés différents

La géométrie non commutative propose un cadre mathématique approprié pour un tel comportement, car les observables (les grandeurs mesurées) forment une algèbre non commutative (où l'ordre de mesure a de l'importance). Les travaux de recherche au LPT consistent à étudier ces nouvelles géométries, à les enrichir de nouvelles structures, et à appliquer ces nouveaux outils à la physique fondamentale.

A long terme, il s'agit de formuler une théorie capable de décrire les quatre interactions fondamentales (gravitation, électromagnétisme, forces nucléaires faible et forte), et de réconcilier mécanique quantique et relativité générale.

Laboratoire de Physique Théorique (CNRS/Univ. Paris-Sud 11)
Bâtiment 210, Faculté des Sciences, 91405 Orsay
01 69 15 63 53 - www.th.u-psud.fr